

基于循环平稳特性的源信号到达角估计方法

黄知涛, 周一宇, 姜文利

(国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073)

摘要: 分析了 SG-SSF 算法的不足, 给出了统一的循环频域阵列信号模型, 并推导得到了一般化的基于信号循环平稳特性的源信号到达角估计方法——GSG-SSF 算法, 该算法克服了 SG-SSF 算法的不足, 具有更好的实用性. 仿真试验比较了两种方法的估计性能, 仿真结果说明了所给方法的有效性.

关键词: 循环平稳; 到达角估计; 谱相关信号子空间拟合算法

中图分类号: TN911 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2002) 03-0372-04

Direction of Arrival Estimation of Signal Sources Exploiting Cyclostationarity Property

HUANG Zhi-tao, ZHOU Yi-yu, JIANG Wen-li

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The man made cyclostationary signals have been widely used in many fields, such as signal detection, parameters estimation and beam forming etc., because of its special property of cyclostationarity and periodicity. An effective algorithm referred to as the SG-SSF method has been developed by G. H. Xu to estimate direction of arrival (DOA) of radio waves impinging on the sensor arrays. But it is inconvenient to be put into practice in many practical applications, due to the difficulty in determining the size of the data matrix. To solve such a problem, a solution is introduced in this paper in detail. It analyzes the disadvantage of SG-SSF algorithm at first. And then a more general array signal model is obtained by passing the spectral autocorrelation function through a specifically designed filter. Thus a new DOA estimation method based on the new array signal model is developed as generalized SG-SSF (GSG-SSF), which utilizes MUSIC or ESPRIT algorithm to accomplish the DOA estimation. With the simulation, the new method proves to be more convenient and effective than SG-SSF in suppressing noises and forming the data matrix (or called the covariance matrix).

Key words: cyclostationarity; direction of arrival estimation; SG-SSF algorithm

1 引言

传统的阵列信号处理方法主要依赖于到达传感器阵列的信号空间特性. 而在雷达、声纳等的一些应用中, 所感兴趣的信号往往具有一些特殊的时间特性, 充分利用这些时间特性可以有效地滤除干扰和背景噪声的影响. 估计循环平稳信号的到达角即是一个典型的例子.

研究表明, 在阵列信号处理中合理地利用信号循环平稳特性能较好地抑制通道互耦干扰和各种噪声^[1,2].

文献[1]研究了基于信号循环平稳特性的 DOA 估计, 得到的 SG-SSF 算法不仅具有较好抗噪、抗干扰性能, 而且具有同时适用于窄带、宽带信号的能力. 然而 SG-SSF 算法在构造数据矩阵时具有较大的随意性, 使用起来很不方便.

针对上述不足, 文章主要研究基于加权循环谱的 DOA 估计算法, 考虑在循环频域估计信号的 DOA. 文章第二部分将

对 SG-SSF 算法的不足进行详细分析, 第三部分研究统一的信号模型, 并研究基于该信号模型的谱估计算法; 第四部分进行仿真分析, 对两种算法的性能进行比较, 文章最后对全文进行总结.

2 基于循环相关函数的 DOA 估计算法—SG-SSF 算法^[1]

设传感器阵列共有 M 个阵元, 各阵元以间距 D 排列成线阵; 空间中共有 d 个源信号, 相应入射角为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_d$, 且各源信号是互不循环相关的^[1]; 参考阵元接收的 d 个源信号分别表示为 $s_1(t), s_2(t), \dots, s_d(t)$; 阵列输出信号为 $x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)$. 令

$$X = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T \quad (1)$$

$(\cdot)^T$ 为转置运算. 于是时域阵列信号模型可表示为

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^d s_k(t + (i-1)D \sin \theta_k/c) + n_i(t), i = 1, 2, \dots, M \quad (2)$$

式中 c 为光速; $n_i(t)$ 为阵元输出噪声, 且假设各阵元噪声是平稳的, 且互不相关。

计算信号 $x_i(t)$ 的循环自相关函数^[3]

$$R_{x_i}^{\alpha}(\tau) = \langle x_i(t + \tau/2) x_i^*(t - \tau/2) e^{-j2\pi\alpha\tau} \rangle_t$$

$$= \langle \sum_{k=1}^d s_k(t - \tau/2 + (i-1)D \sin \theta_k/c) \sum_{l=1}^d s_l^*(t - \tau/2 + (i-1)D \sin \theta_l/c) e^{-j2\pi\alpha\tau} \rangle_t \quad (3)$$

由于信号 $x_i(t)$ 是互不循环相关的, 且设对于循环频率 α , 只有 d_{α} 个源信号存在循环自相关, 于是有

$$R_{x_i}^{\alpha}(\tau) = \sum_{k=1}^{d_{\alpha}} \langle s_k(t + \tau/2 + (i-1)D \sin \theta_k/c) s_k^*(t - \tau/2 + (i-1)D \sin \theta_k/c) e^{-j2\pi\alpha\tau} \rangle_t$$

$$= \sum_{k=1}^{d_{\alpha}} R_{s_k}^{\alpha}(\tau) e^{j2\pi\alpha(i-1)D \sin \theta_k/c} \quad (4)$$

其中, 信号 $x(t)$ 的循环自相关 $R_x^{\alpha}(\tau)$ 定义如下

$$R_x^{\alpha}(\tau) \triangleq \langle x(t + \tau/2) x^*(t - \tau/2) e^{-j2\pi\alpha\tau} \rangle_t$$

$$\triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t + \tau/2) x^*(t - \tau/2) e^{-j2\pi\alpha\tau} dt \quad (5)$$

式中 α 为信号的循环频率。

令

$$R_X^{\alpha}(\tau) = [R_{x_1}^{\alpha}(\tau), R_{x_2}^{\alpha}(\tau), \dots, R_{x_M}^{\alpha}(\tau)]^T$$

$$A(\alpha) = [a_1(\alpha), a_2(\alpha), \dots, a_{d_{\alpha}}(\alpha)] \quad (6)$$

$$R_S^{\alpha}(\tau) = [R_{s_1}^{\alpha}(\tau), R_{s_2}^{\alpha}(\tau), \dots, R_{s_{d_{\alpha}}}^{\alpha}(\tau)]^T$$

$$a_k(\alpha) = [1, e^{j2\pi\alpha D \sin \theta_k/c}, \dots, e^{j2\pi\alpha(M-1)D \sin \theta_k/c}]^T$$

将式(4)写成矩阵形式得到

$$R_X^{\alpha}(\tau) = A(\alpha) R_S^{\alpha}(\tau) \quad (7)$$

这就是文[1]中给出的延迟域阵列信号模型, 显然, 不论是窄带信号还是宽带信号, 上述信号模型总能成立, 其中 $A(\alpha)$ 就是待估计的源方向矢量矩阵。文献[1]给出的基于循环相关函数的 DOA 估计算法——SG-SSF 算法正是基于式(7)而得到的。

令

$$R(\alpha) = \begin{bmatrix} R_{x_1}^{\alpha}(0) & R_{x_1}^{\alpha}(T_s) & \dots & R_{x_1}^{\alpha}(NT_s) \\ R_{x_2}^{\alpha}(0) & R_{x_2}^{\alpha}(T_s) & \dots & R_{x_2}^{\alpha}(NT_s) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ R_{x_M}^{\alpha}(0) & R_{x_M}^{\alpha}(T_s) & \dots & R_{x_M}^{\alpha}(NT_s) \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中 T_s 为时域采样率。文献[1]指出, N 的选择应满足如下条件: 当 $\tau \leq NT_s$ 时, $R_x^{\alpha}(\tau)$ 非零且变化很明显。对协方差数据矩阵 $R(\alpha)R(\alpha)^H$ 运用成熟的空间谱估计算法, 如 MUSIC、ES-PRIT 算法等, 即可得到对方向矢量 $A(\alpha)$ 的估计。 $(\cdot)^H$ 为共轭转置运算符。

显然, 对于 N 的选择, 上面的约束条件很不充分, 因为它并没有给出具体地确定 N 的方法、步骤或公式, 这是时域处

理的必然结果。文章在循环频域重新研究了上述时差估计问题, 得到了更为简洁有效的结果。

3 基于加权循环谱的 DOA 估计方法—GSC-SSF 算法

对式(7)左右两边作关于 τ 的 Fourier 变换, 得到下式

$$S_X^{\alpha}(f) = A(\alpha) S_S^{\alpha}(f) \quad (9)$$

其中

$$S_X^{\alpha}(f) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} R_X^{\alpha}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (10)$$

$$S_S^{\alpha}(f) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} R_S^{\alpha}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$

注意, 由于 X 为一矢量, $S_X^{\alpha}(f)$ 表示对 X 中每一个元素 $x_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, M$) 计算其循环谱, $S_S^{\alpha}(f)$ 与 $S_X^{\alpha}(f)$ 有相同的意义。

令 $H(f)$ 为某一线性时不变系统的传递函数, 且 $H(f)$ 对任意的 f 不恒为零。用 $H(f)$ 去乘式(10)左右两边, 有

$$S_X^{\alpha}(f)H(f) = A(\alpha) S_S^{\alpha}(f)H(f) \quad (11)$$

写成时域形式即为

$$R_X^{\alpha}(\tau) \otimes h(\tau) = A(\alpha) [R_S^{\alpha}(\tau) \otimes h(\tau)] \quad (12)$$

式中“ \otimes ”为卷积运算符, $h(\tau)$ 为 $H(f)$ 的时域表示。令

$$\bar{S}_X^{\alpha}(f) \triangleq S_X^{\alpha}(f)H(f) \quad (13)$$

$$\bar{S}_S^{\alpha}(f) \triangleq S_S^{\alpha}(f)H(f)$$

则式(11)可表示成与式(9)相同的形式

$$\bar{S}_X^{\alpha}(f) = A(\alpha) \bar{S}_S^{\alpha}(f) \quad (14)$$

由式(12)、式(14)可见: 对阵列输出信号的循环谱函数进行滤波处理不会影响空间源信号的方向矢量。因此, 为了使根据 $\bar{S}_X^{\alpha}(f)$ 的估计值构造简单且易于处理的数据矩阵, 可预先对信号循环谱或循环相关函数进行某种形式的滤波处理。与 SG-SSF 方法相比, 这种滤波处理不仅能使数据矩阵的构造变得简单(只需确定 $H(f)$ 的带宽即可), 而且还同时具有滤噪作用($H(f)$ 频带以外的噪声、干扰被滤除)。

式(11)给出了基于加权循环谱的统一的循环频域阵列信号模型, 当 $H(f) = 1, \forall f$, 上述模型简化成文献[1]中的信号模型。

设频域取样间隔为 f_s , 数字滤波器 $H(k)$ 的低端截止频率为 $l f_s$, 高端截止频率为 $l_h f_s$, 其中 l_L 和 l_H 为整数且 $l_L < l_H$ 。令

$$\bar{S}(\alpha) \triangleq \begin{bmatrix} \bar{S}_{x_1}^{\alpha}(l f_s) & \bar{S}_{x_1}^{\alpha}((l_L + 1)f_s) & \dots & \bar{S}_{x_1}^{\alpha}(l_h f_s) \\ \bar{S}_{x_2}^{\alpha}(l f_s) & \bar{S}_{x_2}^{\alpha}((l_L + 1)f_s) & \dots & \bar{S}_{x_2}^{\alpha}(l_h f_s) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \bar{S}_{x_M}^{\alpha}(l f_s) & \bar{S}_{x_M}^{\alpha}((l_L + 1)f_s) & \dots & \bar{S}_{x_M}^{\alpha}(l_h f_s) \end{bmatrix} \quad (15)$$

将式(13)结果代入上式有

$$\bar{S}(\alpha) = \begin{bmatrix} S_{x_1}^{\alpha}(l f_s)H(l f_s) & S_{x_1}^{\alpha}((l_L + 1)f_s)H((l_L + 1)f_s) & \dots & S_{x_1}^{\alpha}(l_h f_s)H(l_h f_s) \\ S_{x_2}^{\alpha}(l f_s)H(l f_s) & S_{x_2}^{\alpha}((l_L + 1)f_s)H((l_L + 1)f_s) & \dots & S_{x_2}^{\alpha}(l_h f_s)H(l_h f_s) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ S_{x_M}^{\alpha}(l f_s)H(l f_s) & S_{x_M}^{\alpha}((l_L + 1)f_s)H((l_L + 1)f_s) & \dots & S_{x_M}^{\alpha}(l_h f_s)H(l_h f_s) \end{bmatrix} \quad (16)$$

正如文献[1]中所述,协方差矩阵 $\bar{S}(\alpha)\bar{S}(\alpha)^H$ 包含了有关源信号到达角的所有信息.类似文[1]中的方法,对数据矩阵 $\bar{S}(\alpha)\bar{S}(\alpha)^H$ 进行特征分析(运用成熟的空间谱估计算法,如 MUSIC、ESPRIT 算法等),即可得到对方向矢量矩阵 $A(\alpha)$ 的估计.

在实际应用中,只能得到阵列输出信号 $x_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, M$) 一段时间的观测值,下面就给出如何根据有限观测得到所需变量有效估计的计算公式[3].

计算信号 $x(t)$ 的短时 Fourier 变换,时间长度为 T' , 得到 $X_{T'}(t, f)$

$$X_{T'}(t, f) \triangleq \int_{t-T'/2}^{t+T'/2} x(u) e^{-j2\pi fu} du \quad (17)$$

计算 $X_{T'}(t, f)$ 在频率 $f + \alpha/2, f - \alpha/2$ 处的相关函数,相关时间长度为 Δt , 得到

$$S_{X_{T'}}^{\alpha}(t, f)_{\Delta t} \triangleq \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} \frac{1}{T'} X(v, f + \alpha/2) X^*(v, f - \alpha/2) dv \quad (18)$$

式(18)当 $T' \rightarrow +\infty, \Delta t \rightarrow +\infty$ 时可表示为(详细的证明见参考文献[3])

$$\lim_{T' \rightarrow \infty} \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} S_{X_{T'}}^{\alpha}(t, f)_{\Delta t} = S_x^{\alpha}(f) \quad (19)$$

将 $x(t)$ 换成 $x_i(t)$, 利用式(17)、(18)即可得到 $S_{x_i}^{\alpha}(f)$ 在有限观测条件下的估计值 $S_{x_i}^{\alpha}(f)$

$$S_{x_i}^{\alpha}(t, f)_{\Delta t} \triangleq \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} \frac{1}{T'} X_i(v, f + \alpha/2) X_i^*(v, f - \alpha/2) dv \quad (20)$$

根据式(5), $R_{x_i}^{\alpha}(\tau)$ 在有限观测条件下的估计值 $\hat{R}_{x_i}^{\alpha}(\tau)$ 可通过下式得到

$$\hat{R}_{x_i}^{\alpha}(\tau) \triangleq \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t + \tau/2) x^*(t - \tau/2) e^{-j2\pi\alpha t} dt \quad (21)$$

根据以上讨论结果,给出基于信号加权循环谱的 DOA 估计算法——GSG SSF(Generalized SG-SSF)算法的具体步骤:

Step1: 对确定的循环频率 α , 由式(20)计算阵列输出信号 $x_i(t)$ 循环谱的估计值 $S_{x_i}^{\alpha}(t, f)_{\Delta t}, i = 1, 2, \dots, M$;

Step2: 选择合适的权函数 $H(f)$, 并确定 l_L, l_H 的值;

Step3: 对确定的循环频率 α , 根据 Step1 计算得到的 $S_{x_i}^{\alpha}(t, f)_{\Delta t}$, 由式(16)构造数据矩阵 $\hat{S}(\alpha)$, 同时得到协方差矩阵 $\hat{S}(\alpha)\hat{S}(\alpha)^H$;

Step4: 对确定的循环频率 α , 对协方差矩阵 $\hat{S}(\alpha), \hat{S}(\alpha)^H$ 进行特征分析: 估计空间源信号数 d_{α} , 并通过 MUSIC 或 ESPRIT 算法估计源信号到达角 $\theta_i, i = 1, 2, \dots, d_{\alpha}$.

下面具体讨论权函数的选取规则.

4 权函数选取方法

要选择合适的窗函数 $H(f)$, 首先研究 $S_{x_i}^{\alpha}(f)$ 的特性.

引理: 阵列输出信号 $x_i(t)$ 的循环谱 $S_{x_i}^{\alpha}(f)$ 和信号 Fourier 变换 $X_i(f)$ 之间存在如下关系

$$S_{x_i}^{\alpha}(f) = X_i(f + \alpha/2) X_i^*(f - \alpha/2) \quad (22)$$

证明: 信号循环谱与循环自相关函数之间是 Fourier 变换对

$$S_{x_i}^{\alpha}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{x_i}^{\alpha}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (23)$$

将式(5)结果代入上式, 式(23)可表示为

$$\begin{aligned} S_{x_i}^{\alpha}(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_i(t + \tau/2) x_i^*(t - \tau/2) e^{-j2\pi\alpha t - j2\pi f\tau} dt d\tau \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-T/2}^{T/2} x_i(t + \tau) x_i^*(t) e^{-j2\pi\alpha(t + \tau/2) - j2\pi f\tau} dt d\tau \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_i^*(t) e^{-j2\pi(f - \alpha/2)t} dt \int_{-\infty}^{+\infty} x_i(\tau) e^{-j2\pi(f + \alpha/2)\tau} d\tau \\ &= X_i(f + \alpha/2) X_i^*(f - \alpha/2) \end{aligned} \quad (24)$$

证明结束.

设 $X_i(f)$ 的通带(可以用等功率宽度来衡量)截止频率分别为 f_{L_i}, f_{H_i} , 根据引理所得的结果知 $S_{x_i}^{\alpha}(f)$ 的支撑域可由下列关系确定

$$\begin{cases} f_{L_i} < f + \alpha/2 < f_{H_i} \\ f_{L_1} < f - \alpha/2 < f_{H_1} \end{cases} \quad (25)$$

或

$$\begin{cases} f_{L_i} - \alpha/2 < f < f_{H_i} - \alpha/2 \\ f_{L_1} + \alpha/2 < f < f_{H_1} + \alpha/2 \end{cases} \quad (26)$$

当

$$\max(f_{L_i} - \alpha/2, f_{L_1} + \alpha/2) < \max(f_{H_i} - \alpha/2, f_{H_1} + \alpha/2) \quad (27)$$

成立时, $S_{x_i}^{\alpha}(f)$ 的支撑域由下式给出

$$\max(f_{L_i} - \alpha/2, f_{L_1} + \alpha/2) < f < \max(f_{H_i} - \alpha/2, f_{H_1} + \alpha/2) \quad (28)$$

根据式(28), 为尽可能地让信号能量不损失, 而同时能最大限度的滤出噪声和干扰, 窗函数的截止频率应满足如下关系

$$lf_s \geq \max(f_{L_i} - \alpha/2, f_{L_1} + \alpha/2) \quad (29)$$

$$lf_s \leq \min(f_{H_i} - \alpha/2, f_{H_1} + \alpha/2)$$

式(29)给出了窗函数截至频率应该满足的基本约束条件, 根据该约束条件即可确定窗函数的基本形式.

5 仿真分析

文中针对 GSG SSF 算法与 SG-SSF 算法, 在 MATLAB 环境下进行了仿真计算, 仿真实验比较了 SG-SSF 与 GSG SSF 的估计均方误差, 仿真结果说明了所给方法的有效性.

设空间有一个调幅波源信号, 其空间入射角为 45° , 载波频率 $f_0 = 450\text{Hz}$, 幅度是白噪声通过一低通滤波器后得到的. 该调幅信号是循环平稳的[4], 且循环频率为 $2f_0$. 传感器阵列共有 5 个阵元, 等间隔排成线阵, 间距 $D = \lambda/2$ (λ 为调幅信号波长). 仿真分析时以计算机产生的高斯白噪声做为阵列噪声模型. 仿真中 Monte Carlo 模拟次数为 100 次.

对调幅信号的时域采样率为 $T_s = 1000\text{Hz}$, 仿真中所用数据点数为 1500, 共 1.5s. 对于 SG-SSF 算法, 仿真中最大延迟点数 N 的确定考虑两种情况, 分别是观测数据段总长度的十分之一和五分之一, 即最大延迟分别取为 $150T_s$ 和 $300T_s$; 对于 GSG SSF 算法, 根据式(29)知, 对调幅信号的窗函数应具有低

通性能, 仿真中低通滤波器数字截止频率取为 0.5. 图 1、图 2 给出了仿真结果, 显然, GSG SSF 算法较 SG SSF 算法性能有很大的提高(在信噪比小于 -8 dB 时), 这与文章理论分析的结果是一致的, 说明了 GSG SSF 算法确实具有更好的性能.

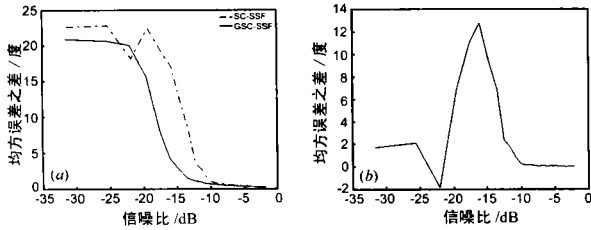


图 1 最大延迟等于 $150T_s$, 窗函数截止频率为 0.5. (a) 图中实线是 GSG SSF 仿真结果, 虚线是 SG SSF 仿真结果; (b) SC-SSF 估计均方误差与 GSG SSF 估计均方误差的比较结果.

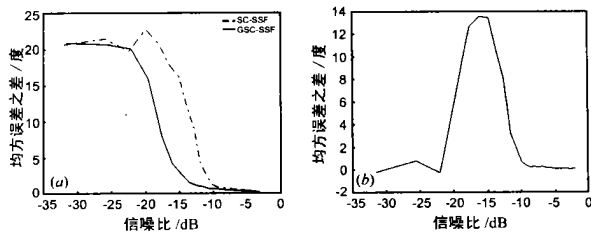


图 2 最大延迟等于 $300T_s$, 窗函数截止频率为 0.5. (a) 图中实线是 GSG SSF 仿真结果, 虚线是 SG SSF 仿真结果; (b) SC-SSF 估计均方误差与 GSG SSF 估计均方误差的比较结果.

6 结束语

文章研究了在循环频域估计源信号到达角的问题, 得到了统一的加权信号模型, 并给出了源信号到达角的估计算法, 该算法与 SG SSF 相比较不仅具有数据矩阵构造简单、灵活的特点, 而且有更好的抗噪性能. 同时, 文章还对权函数的选取

规则进行了详细的分析, 给出了权函数设计的基本约束. 仿真结果也说明了所给算法的有效性.

参考文献:

- [1] Guanghan Xu, et al. Direction of arrival estimation via exploitation of cyclostationarity: A combination of temporal and spatial processing [J]. IEEE Trans. Signal Processing, 1992, 40(7): 1775- 1785.
- [2] William A Gardner, et al. Signal selective time difference of arrival estimation for passive location of manmade signal sources in highly corruptive environments, part 2: algorithms and performance [J]. IEEE Trans. Signal Processing, 1992, 40(5): 1185- 1197.
- [3] William A Gardner. Measurement of spectral correlation [J]. IEEE Trans. ASSP, 1986, 34(10): 1111- 1123.
- [4] William A Gardner. Signal interception: a unifying theoretical framework for feature detection [J]. IEEE Trans. Commun., 1988, COM 36: 897- 906.

作者简介:



黄知涛 男. 1976 年 9 月生于湖北荆州. 博士研究生, 发表论文 10 余篇, 研究方向为: 循环平稳信号处理、雷达信号处理等.

周一宇 男. 1948 年 10 月生于上海. 教授, 博士生导师, 电子学会高级会员, 电子学会电子对抗分会委员, 出版专著两部, 发表论文五十余篇, 研究方向为: 综合电子战系统理论、无源定位理论与技术、雷达数据处理、电子信息系统仿真等.